103) ! За 20 ученици от един клас били резервирани всички места от един ред на киносалон. Каква е вероятността две приятелки да получат билети за съседни места?

<u>Решение:</u> $C_{20}^{2}=\frac{20!}{18!2!}=\frac{18!19.20}{18!2}=190$ – всички възможности за избор на 2 билета..

Благоприятните възможности местата да са съседни са №1 и №2; №2 и №3; №3 и №4; ,...,
№19 и №20 -19 на брой $\Rightarrow P=\frac{19}{190}=\frac{1}{10}$

104) ! Комисия от 10 мъже и 4 жени трябва да избере председател, заместник-председател и секретар, един от които да е жена. По колко начина може да се стане това?

<u>Решение:</u> $C_{10}^{2}=45$ начина да се изберат 2-ма мъже, 4 начина да се избере 1 жена $\Big)\Rightarrow$
тримата могат да се изберат по 4.45=180 начина.

3! = 6 начина за разпределение на 3-те длъжности $\Big)\Rightarrow$ всички възможности са 4.6.45=1080

105) За приготвянето на плодов десерт са необходими три вида плодове. Ако на пазара се продават 7 вида плодове, колко различни десерта може да се приготвят?

<u>Решение:</u> $C_{7}^{3}=\frac{7!}{4!3!}=\frac{4!5.6.7}{4!3.2}=35$

106) ! Съставени са всички пермутации на буквите а, б, в, г, д, е. Каква е вероятността в една случайно избрана пермутация всички съгласни букви да са разположени между двете гласни?

<u>Решение:</u> $P_6=6!$ - пермутациите на $6^{-\text{те}}$ букви

$P_4=4!$ - пермутациите на $4^{-\text{те}}$ съгласни

Гласните букви могат да се разположат в началото и в края по два начина и при всяко тяхно положение съгласните се разполагат между тях по 4! начина.

Тогава 2.4! са благоприятните възможности

Търдената вероятност е $P=\frac{2.4!}{6!}=2.\frac{4!}{4!5.6}=\frac{1}{15}$

107) ! По колко начина могат да се подредят в редица 5 младежи и 4 девойки така, че всяка девойка да е между двама младежи ?

<u>Решение:</u> $P_5=5!$ начина да се подредят младежите МДМДМДМДМ

$P_4=4!$ начина да се подредят девойките между тях

$\Rightarrow P_4.P_5=4!5!$ е общият брой на подрежданията

108) ! С помощта на цифрите 0, 1, 3, 6, 7 и 8 са съставени всички четни 4-цифрени числа с различни цифри. Каква е вероятността първата цифра на случайно избрано число да е 6?

<u>Решение:</u> $V_5^3=60$ е броят на всички четни четирицифрени, завършващи на 0

$V_5^3-V_4^2=60-12=48$ е броят на всички четирицифрени, завършващи на 8 или на 6

60 + 2.48 = 156 са всички четни четирицифрени

Числата, започващи с 6 завършват или на 0 или на 8, за останалите 2 цифри избираме от 4 –
$V_4^2=12\Rightarrow 2.12=24$ е броят на благоприятните изходи

$\Rightarrow P=\frac{24}{156}=\frac{2}{13}$

109) Трима приятели участват в турнир с още 9 участници. Ако в турнира се присъждат по един златен, сребърен и бронзов медал, каква е вероятността двама от приятелите да са със златен и сребърен медал?

<u>Решение:</u> 9 + 3 = 12 участници

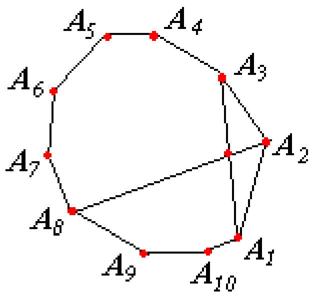
$V_{12}^3=1320$ е броят на възможените разпределения на $3^{\text{те}}$ медала

$V_3^2=6$ начина, по които двама от 3-мата приятели да вземат златен и сребърен медал

Остават 10 участиници – бронзовият медал може да получи всеки един от тях
$\Rightarrow 10.V_3^2=10.6=60$ са благоприятните възможности $\Rightarrow p=\frac{60}{1320}=\frac{1}{22}$

Или: Всички възможности за златен и сребърен са $V_{12}^2=\frac{12!}{10!}=12.11=132$, а $V_3^2=6$ – благоприятните, двама от тримата да са с тези медали. $\Rightarrow p=\frac{6}{12.11}=\frac{1}{22}$

110) Намерете броя на пресечните точки на диагоналите на изпъкнал десетоъгълник, ако никои три диагонала не се пресичат във вътрешна точка.



Решение: Една пресечна точка на два диагонала се определя от 4 върха т.е. броят на пресечните точки е равен на броя на възможните четириъгълници, образувани от 10-те точки (върхове на 10-ъг.)

=> $C_{10}^4=210$

111) В партида от 100 детайла 5 са дефектни. Вероятността от три случайно взети детайла от партидата и трите да са дефектни е ....

Решение: C_{100}^3 е броят на всички възможни тройки

C_5^3 е броят на тройките, в които и трите детайла са дефектни

Търсената вероятност е $p=\frac{C_5^3}{C_{100}^3}=\frac{1}{16170}$

112) От 10 ученици и 6 ученички трябва да се сформират 4 смесени двойки за участие в турнир по тенис (1 момиче + 1 момче). По колко начина може да стане това?

Решение: C_{10}^4 начина да се изберат 4 момчета за двойките.

За всяко от момчетата трябва да се избере по едно момиче, от 6-те момичета – това са V_6^4 начина

$\Rightarrow C_{10}^4.V_6^4=\frac{10!}{6!.4!}.\frac{6!}{2!}=\frac{4!.5.6.7.8.9.10}{4!.2}=75600$ е броят на тенис двойките

113) В олимпиада по математика участвали отбори от по трима души. Ако изборът се прави измежду 6 ученици, колко е броят на възможните отбори?

Решение: $C_6^3=20$

114) Иван написал на картончета цифрите от 1 до 9 по следния начин: цифрата 1 на 2 картончета, цифрата 2 на 3 картончета, цифрата 3 на 4 картончета и т.н. След това сложил картончетата в кутия. Вероятността на първото произволно изтеглено картонче да има нечетна цифра е...

Решение: 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 54 е броят на картончетата

2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30 е броят на картончетата с нечетна цифра

$\Rightarrow p=\frac{30}{54}=\frac{5}{9}$

115) ! Вероятност на събитие може да бъде числото:

а) $\log_5\frac{1}{5}$ б) $\cos\frac{3\pi}{4}$ в) $\sqrt{2}$ г) 2^{-2}

Решение: $p\in[0;1]\rightarrow$ Вероятност може да бъде числото $2^{-2}=\frac{1}{4}\in[0;1]$

116) ! Решете уравнението $P_3+V_4^3+x=C_3^2$

Решение: $3!+\frac{4!}{1!}+x=\frac{3!}{1!.2!}\rightarrow 6+4.3.2+x=3\rightarrow x=-27$

117) Вероятността случайно взето трицифрено число да е образувано само от нечетни, неповтарящи се цифри, е равна на ...

Решение: Трицифрени числа: 100, 101, 102, 103, ..., 999 $\rightarrow$ 900 на брой

Трицифрени числа, съставени само от нечетни, неповтарящи се цифри /1, 3, 5, 7 и 9/ са V_5^3

$\Rightarrow p = \frac{V_5^3}{900} = \frac{60}{900} = \frac{1}{15}$

118) От 6 мъже и 4 жени, участващи в турнир по танци, трябва да се съставят 3 смесени двойки. По колко начина може да стане това?

Решение: $C_6^3 = 20$ начина да се изберат 3-ма мъже за смесените двойки

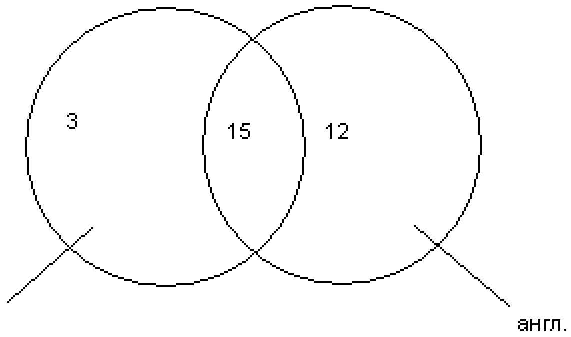
$C_4^3 = 4$ начина да се изберат 3 жени за смесеите двойки

$\Rightarrow$ На всеки избор на жена отговарят 20 начина за избор на мъж, то

$C_6^3.C_4^3 = 20.4 = 80$ начина да се изберат 3 смесени двойки

119) ! От 40 ученици в един клас 18 ученици учат немски език, 27-английски език, а 10 ученици не учат нито един от двата езика. Каква е вероятността случайно избран ученик да учи и английски, и немски език?

Решение:

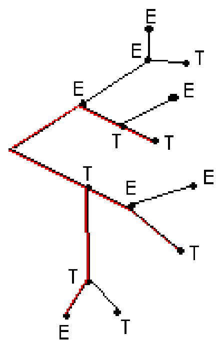


$$\left.\begin{array}{l} 18+27=45 \quad \text{учат англ. нем. или и двата} \\ 40-10=30 \quad \text{учат англ. нем. или и двата} \end{array}\right\} 45-30=15 \Rightarrow P = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

120) Монета се хвърля 3 пъти. Вероятността да се сбъдне събитието „Пада се 2 пъти „тура” и един път „ези” е ....

Решение: Благоприятните случаи са 3, а всичките са 8.

$\Rightarrow P = \frac{3}{8}$



121) Вероятността при хвърляне на 2 неподправени зара да се паднат различен брой точки на двата зара е....

Решение: Всичките възможности за брой на точки на 1 зар са 6.

Първият зар е хвърлен, т.е. известни са точките му$\Rightarrow$

остават 5 възможности за втория зар.$\Rightarrow P = \frac{5}{6}$

122) Броят на четните четирицифрени с различни цифри, които могат да се съставят от цифрите 1, 2, 3, 4, 5 е...

Решение:

$$\left.\begin{array}{l} V_4^3 = 24 \quad \textit{начина да завършват на } 2 \\ V_4^3 = 24 \quad \textit{начина да завършват на } 4 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{общо 48 числа}$$

123) Да се намери колко окръжности са определени от 10 точки, ако никои три от тях не лежат на една права, но четири от тях лежат на една окръжност.

Решение: 3 точки, нележащи на 1 права определят 1 окръжност; 10 точки, никои три от които не лежат на 1 права и никои четири не лежат на 1 окръжност $\rightarrow C_{10}^3$ окръжности

10 точки, 4 лежат на 1 окръжност $\to C_4^3$ са окръжностите, които минават през 4 точки, нележащи на 1 окръжност, това число трябва да извадим от C_{10}^3 и вместо него да прибавим 1 – окръжността, на която лежат 4-те точки.

$\to C_{10}^3 - C_4^3 + 1$, където C_4^3 окръжности, ако 4-те точки не лежат на 1 окръжност

$C_{10}^3 - C_4^3 + 1 = 117$

124) С цифрите 1, 2, 3, 7, 8, 9 са записани всички двуцифрени числа, първата цифра, на които е по-малка от втората. Колко са тези числа?

Решение:

12 23 37 78 89

13 27 38 79

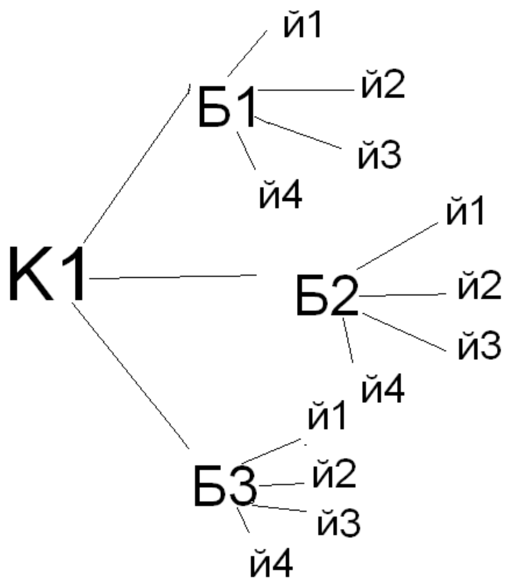
17 28 39 $\to$ 15 числа

18 29

19

125) Групата „М + И” си купува музикални инструменти – китара, барабан и йоника. В магазина има 7 вида китари, 3 вида барабани и 4 вида йоники. По колко начина групата може да извърши покупката?

Решение: 12 начина за К1 – една от китарите. Моделите китари са 7. Следователно 12.7 = 84 са всичките начини.



Отг. 84

126) Валери забравил първите три цифри от кода на алармената система в дома си, но помнел, че те са различни и решил да ги набере по случаен начин. Каква е вероятността Валери да набере правилно кода?

Решение: 10 цифри са всичките, 3 цифри забравил

$V_{10}^3 = \frac{10!}{7!} = \frac{7!.8.9.10}{7!} = 720$ са всичките възможности и само един код е верен $\Rightarrow p = \frac{1}{720}$

127) Броят на новите буквени кодове, които се получават след разместването на буквите в думата ЕВРОПА, е ....

Решение: ЕВРОПА – това е един код от 6 букви

$P_6 = 6! = 720$ са всичките кодове. Новите, без дадения са 720-1=719

128) В урна са поставени 4 печеливши и 18 непечеливши билета. Броят на различните начини, по които могат да се изтеглят 5 билета, от които точно 2 да са печеливши, е ...

Решение: $\Rightarrow$ 3 билета да са непечеливши $\Rightarrow$ $C_4^2.C_{18}^3 = \frac{4!}{2!2!}.\frac{18!}{15!3!} = 816$

129) Да се определи броят на елементите „n”, за които е изпълнено равенството $C_{n+1}^3 + C_n^2 = V_{n+1}^2$.

Решение: Заместваме с формулите:

$$C_{n+1}^3 + C_n^2 = V_{n+1}^2 \to \frac{(n+1)!}{(n+1-3)!3!} + \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{(n+1)!}{(n+1-2)!} \to \frac{(n+1)!}{6.(n-2)!} + \frac{n!}{2(n-2)!} = \frac{(n+1)!}{(n-1)!} \to$$

$$\frac{(n-2)!.(n-1).n.(n+1)}{6.(n-2)}+\frac{(n-2)!(n-1)n}{2.(n-2)!}=\frac{(n-1)!n.(n+1)}{(n-1)!}\to$$

$$\frac{(n-1)n(n+1)}{6}+\frac{(n-1)n}{2}-n(n+1)=0\to n(n^2-1)+3n^2-3n-6n^2-6n=0\to$$

$$n^3-n-3n^2-9n=0/:n\neq 0\to n^2-3n-10=0,\to n_{12}=\frac{3\pm 7}{2}\begin{matrix}\to 5\\ \to -2\end{matrix}\quad n>0\Rightarrow \text{Отг. } n=5$$

130) По колко различни начина може да се състави учебна програма за един 6-часов учебен ден от седмицата за 6 различни учебни предмета?

Решение: $P_6=6!=6.5.4.3.2=720$

131) В кутия има 3 бели, 2 червени, 5 сини и 8 зелени топки. По случаен начин е извадена една от тях. Каква е вероятността тя да не е червена или зелена?

Решение: 3 бели + 2 червени + 5 сини + 8 зелени = 18 топки са всичките;

2 червени + 8 зелени = 10 топки $\Rightarrow$ искаме да се падне една от останалите 8 $\Rightarrow p=\frac{8}{18}=\frac{4}{9}$

132) ! Броят на различните номера на мобилни телефони от вида 08882***** , които завършват на едноцифрено просто число е ...

Решение:

08882****2

08882****3

08882****5 Цифрите **** могат да се повтарят.

08882****7

$V_n^k=n^k\to V_{10}^4=10^4$ за едно просто $\Rightarrow 4.10^n$ са всичките мобилни номера

133) ! 20% от топките в спортен магазин са червени, 60% от червените топки са футболни, а 50% от топките, които не са червени, не са футболни. Каква е вероятността при случаен избор от всички футболни топки клиентът да попадне на червена?

Решение: x – всички топки; 20% от $x=\frac{20x}{100}=\frac{1}{5}x$ са червени

80% от $x=\frac{80}{100}x=\frac{4}{5}x$ не са чевени

60% от $\frac{1}{5}x=\frac{60}{100}.\frac{1}{5}x=\frac{3}{25}x$ червени футболни

50% от $\frac{4}{5}x=\frac{1}{2}.\frac{4}{5}x=\frac{2}{5}x$ не са футболни $\to$ останалите 50% от $\frac{4}{5}x$ са нечервени футболни

$\to\frac{2}{5}x$ - нечервени футболни

$$p=\frac{\textit{червенифутболни}}{\textit{футболни}}=\frac{\frac{3}{25}x}{\frac{3}{25}x+\frac{2}{5}x}=\frac{\frac{3}{25}x}{\frac{13}{25}x}=\frac{3}{13}$$

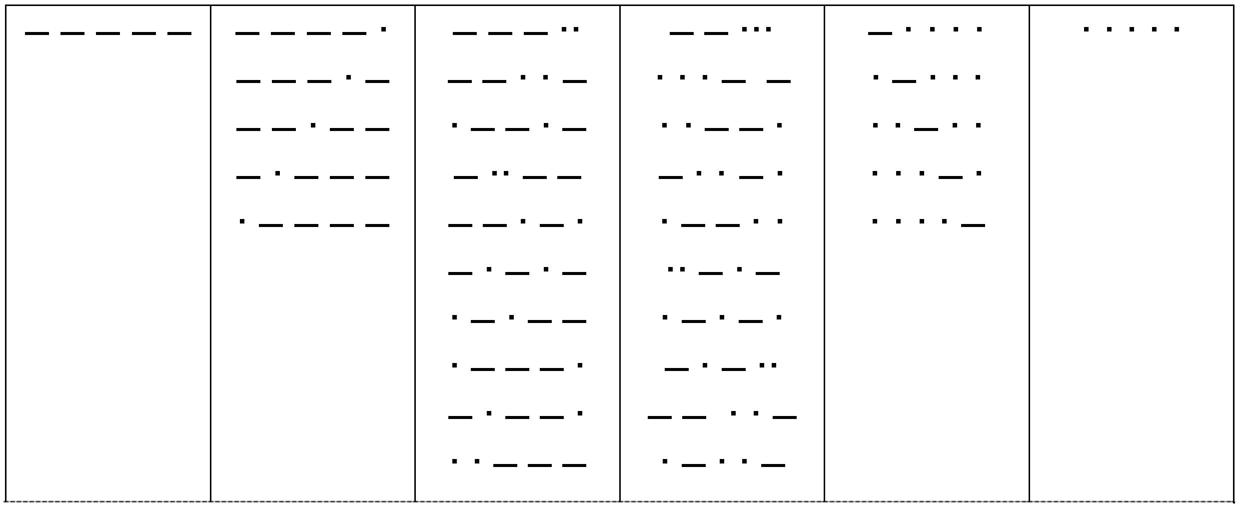
134) Каква е вероятността случайно избрана карта от колода от 52 карти да е купа или каро?

Решение: 52 : 4 = 13 карти от боя, купа + каро → 26 карти $\to p=\frac{26}{52}=\frac{1}{2}$

135) В равнината са дадени 18 точки, никои три от които не лежат на една права. Колко на брой са триъгълниците с върхове тези точки?

Решение: $C_{18}^3=\frac{18!}{15!3!}=\frac{15!.16.17.18}{15!.3.2}=816$

136) Буквите на Морзовата азбука се записват като последователност от точки и тирета. Какъв е броят на различните букви, които могат да се запишат с 5 символа?

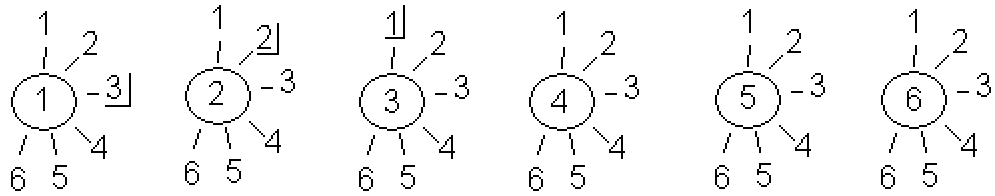


1 буква	5 букви	10 букви	10 букви	5 букви	1 буква

1+5+10+10+5+1 = 32 букви

137) Каква е вероятността да се сбъдне събитието: ‘Сборът от точките при хвърляне на два правилни зара да е 4’?

Решение:



6.6 = 36 са всичките възможности. Благоприятните случаи: 1 + 3 = 4, 2 + 2 = 4, 3 + 1 = 4

$\Rightarrow$ 3 случая, в които сумата е 4 $\Rightarrow p = \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12}$

138) По колко начина може да се разпределят 6 различни предмета между 3 лица , така че всеки да получи 2 предмета?

Решение: $C_6^{\ 2}.C_4^{\ 2} = 90$

139) В една кутия има 10 нови и 5 стари топки за тенис. По случаен начин са извадени 2 топки. Да се намери на колко е равна вероятността едната от тях да е нова, а другата – стара?

Решение: 10 +5 =15 топки общо

$C_{15}^2 = 105$ начина да се извадят 2 топки от 15

10 . 5 = 50 начина да се извади 1 стара и 1 нова топка

$\rightarrow p = \dfrac{50}{105} = \dfrac{10}{21}$

140) Колко са различните 5 – буквени ‘думи’ с различни букви, които могат да се образуват от буквите в думата ‘ТАКСИ’?

Решение: $P_5 = 5! = 5.4.3.2 = 120$

141) Кодът на куфар се състои от четири различни нечетни цифри. Най-големият брой опити, които трябва да се направят, за да се открие кодът на този куфар е ...

Решение: 1 , 3, 5, 7, 9 – 5-те нечетни цифри

$V_5^{\ 4} = \dfrac{5!}{1!} = 5! = 5.4.3.2. = 120$ опита

142) В един клас има 14 момичета и 12 момчета. Избират се 5 ученика да участват във викторина. Каква е вероятността в групата да има 3 момчета и 2 момичета?

Решение: 14 + 12 = 26 ученика, $C_{26}^5 = 65780$ начина да се изберат 5 от 26 ученика

$C_{14}^3 = 26.14$ начина да се изберат 3 от 14 момчета

$C_{12}^{2}=66$ начина да се изберат 2 от 12 момичета

$$p=\frac{C_{12}^{2}.C_{14}^{3}}{C_{26}^{5}}=\frac{66.26.14}{65780}=\frac{42}{115}$$

143) Броят на трицифрените числа с различни цифри, записани с цифрите 1, 3, 5, 7 и 9 е:

Решение: $V_5^3\ \frac{5!}{2!}=\frac{5.4.3.2}{2}=60$

144) ! В училищен футболен турнир са проведени 30 срещи, като всеки 2 отбора се срещат 2 пъти. Колко отбора участват в турнира?

Решение: $V_n^2=30\to\frac{n!}{(n-2)!}=30\to\frac{(n-2)!(n-1)n}{(n-2)!}=30\to n^2-n-30=0$

$n_{12}=\frac{1\pm 11}{2}\begin{matrix}\to n=6\\ \to n=-5\end{matrix}\quad n>0\to n=6$ Отг. 6 отбора са участвали в 30 мача

145) Да се реши уравнението: $\frac{V_{n+1}^5}{4V_{n-1}^2}-\frac{P_{n+2}}{P_n}=0$, n – естествено число.

Решение:

$$\frac{\frac{(n+1)!}{(n+1-5)!}}{\frac{4.(n-1)!}{(n-1-2)!}}-\frac{(n+2)!}{n!}=0\to\frac{(n+1)!(n-3)!}{4(n-4)!(n-1)!}-\frac{n!(n+1)(n+2)}{n!}0$$

$$\frac{(n-1)!n(n+1)(n-4)!(n-3)}{4(n-1)!(n-4)!}-(n+1)(n+2)=0\to n(n+1)(n-3)-4(n+1)(n+2)=0$$

$(n+1)\left[n(n-3)-4(n+2)\right]=0$

$1)\,n+1=0\to n=-1<0$ *н.р.*

$2)\,n^2-3n-4n-8=0\to n^2-7n-8=0$

$n_{1,2}=\frac{7\pm 9}{2}\begin{matrix}\to n=8\\ \to n=-1<0\end{matrix}\to n=8$

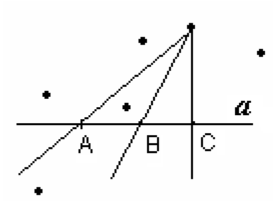
Отг. $n=8$

146) Осемцифрова компютърна парола е съставена с помощта на различни цифри от 0 до 9, като всяка цифра може да бъде записана на произволно място. Каква е вероятността при първи опит да се открие паролата?

Решение: $V_{10}^8=\frac{10!}{2!}=\frac{10!}{2}$ са всички възможни пароли (цифрите са 10)

$$P=\frac{1}{V_{10}^8}=\frac{2}{10!}$$

147) * Какъв е броят на правите, които минават през 9 точки, 3 от които лежат на една права, а останалите 6 – никои 3 не лежат на една права?



Решение: $C_6^2=15$ прави минават през 6-те точки 6.3=18 прави минават през A, B, C и 6-те точки. Правата a минава през A, B и C $\Rightarrow 15+6.3+1=34$ са търсените прави.

148) В партида от 100 учебника се оказало, че 4% са дефектни. 10 ученици са купили по 1 учебник от тази партида. Каква е вероятността никой от тях да не е дефектен?

Решение: 4% от 100 = 4 учебника са дефектни $\Rightarrow$ 96 уч. са недефектни; C_{100}^{10} са всички възможни десетки (10 учеб.); C_{96}^{10} са всички възможни недефектни десетки

$$\Rightarrow p=\frac{C_{96}^{10}}{C_{100}^{10}}=\frac{\frac{96!}{86!.10!}}{\frac{100!}{90!.10!}}=\frac{96!}{86!.\cancel{10!}}.\frac{90!\cancel{10!}}{100!}=\frac{\cancel{86!}.87.88.89.90.\cancel{91.92.93.94.95.96}.\cancel{90!}}{\cancel{86!}.\cancel{90!}.\cancel{91.92.93.94.95.96}.97.98.99.100}=$$

$=\frac{87.88.89.90}{97.98.99.100}=\frac{87.8.89}{97.98.10}=\frac{15486}{23765}\approx 0,65$

149) От клас от 15 момчета и 10 момичета с профилиращ предмет математика се избират по случаен начин трима, които участват в математическо състезание. Каква е вероятността сред избраните да има поне 2 момичета?

Решение: 15 момч. + 10 момич. = 25 ученика $\Rightarrow$

$C_{25}^{3}=2300$ начина да се избере тройка

$C_{10}^{3}=120$ начина да се избере тройка от 3 момичета

$15.C_{10}^{2}=675$ начина тройката да е от 1 момче и 2 момичета, като всяка двойка момичета се комбинира с 1 момче

$\rightarrow p=\frac{120+675}{2300}=\frac{159}{460}$

150) В урна са поставени картончета с буквите на кирилицата (на всяко картонче е написана точно една буква от азбуката). Каква е вероятността на случайно избрано картонче да е написана гласна?

Решение: 30 – всички букви от азбуката, 6 – гласните (без ю и я)! $\rightarrow p=\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$

151) Решете уравнението: $P_3+V_4^3+x=C_3^2$

Решение: $3!+\frac{4!}{1!}+x=\frac{3!}{1!2!}\rightarrow 6+4.3.2+x=\frac{6}{2}\rightarrow x=3-30=-27$

152) Каква е вероятността произволно избран корен на уравнението $\left(x^2+x\right)-5\left(x^2+x\right)+6=0$ да е цяло число?

Решение:

$(x^2+x)_{1,2}=\frac{5\pm 1}{2}=\begin{matrix}\rightarrow 3\\ \rightarrow 2\end{matrix}$

$x^2+x=2\rightarrow x^2+x-2=0\rightarrow x_{1,2}=\frac{-1\pm 3}{2};x_1=1,x_2=-2$

$x^2+x=3\rightarrow x^2+x-3=0\rightarrow x_{3,4}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

$\rightarrow$ От 4 корена 2 са цели $\rightarrow p=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

153) ! Колко са четирицифрените числа с различни цифри, записани с помощта на цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, едната от които е 1?

Решение: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 $\rightarrow$ 8 цифри, едната трябва да е 1 $\rightarrow$ остават 7 цифри

Ако 1 е първа цифра, $\left(1\times\times\times\right)\rightarrow V_7^3=210$ са възможностите за 3 от 7-те цифри 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Ако 1 е втора, трета или четвърта цифра, $\left(\times 1\times\times\right),\left(\times\times 1\times\right),\left(\times\times\times 1\right)\rightarrow 3.\left(V_7^3-V_6^2\right)=3.\left(216-30\right)=3.186$ са възможностите, защото с „0” не може да започва число.

$\Rightarrow V_7^3+3\left(V_7^3-V_6^2\right)=210+3.186=774$

154) ! Каква е вероятността при хвърляне на правилен зар броят на точките да е число, кратно на 3?

Решение: $P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ (Всички точки са 6 възможности. Кратни на 3 са 3 и 6, т.е. 2 възможности)

155) Върху окръжност лежат 11 точки. Колко са отсечките с краищa в тези точки?

Решение: $C_{11}^{2}=55$

156) По случаен начин се взема четирицифрено число. Каква е вероятността всички цифри в него да са различни и нечетни?

Решение: 1000, 1001, ..., 9999 $\rightarrow$ 9999 – 999 = 9000 са всички четирицифрени числа.

Нечетните цифри са 1, 3, 5, 7 и 9 $\rightarrow$ 5 на брой

$V_5^4 = 120$ са всички четирицифрени числа, записани с различни нечетни цифри.

$\rightarrow\ p = \dfrac{120}{9000} = \dfrac{1}{75}$

157) Броят на изпитните теми, които могат да се подготвят от 50 тестови задачи, 20 задачи с посочване на отговор и 8 задачи за пълно решение, при условие, че една тема съдържа 30 задачи от първия тип, 5 задачи от втория тип и 3 задачи от третия тип, е:

Решение: $C_{50}^{30}.C_{20}^{5}.C_{8}^{3}$

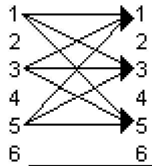
158) На междуучилищно състезание по футбол били проведени 21 мача по системата всеки срещу всеки. Колко отбора са участвали в състезанието?

Решение: $C_n^2 = 21 \rightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!.2!} = 21 \rightarrow \dfrac{(n-2)!(n-1)n}{(n-2)!2} = 21 \rightarrow n^2 - n - 42 = 0$

$\rightarrow n_{12} = \dfrac{1 \pm 13}{2}$ $\begin{matrix} \rightarrow n = 7 > 0 \\ \rightarrow n = -2 < 0 \end{matrix}$

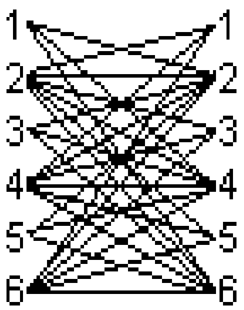
Отг. 7 отбора

159) ! Вероятността при хвърляне на два зара произведението от падналите се точки да е нечетно число е... , а вероятността това произведение да е четно число е...



Решение: $p = \dfrac{3.3}{6.6} = \dfrac{9}{36} = \dfrac{1}{4}$

I начин:



1.2	3.2	5.2
1.4	3.4	5.4
1.6	3.6	5.6

9 случая

2.1	4.1	6.1
2.2	4.2	6.2
2.3	4.3	6.3
2.4	4.4	6.4
2.5	4.5	6.5
2.6	4.6	6.6

18 случая

$p = \dfrac{9+18}{36} = \dfrac{27}{36} = \dfrac{3}{4}$

II начин: ! Произведението на две числа от 1 до 6 е или четно, или нечетно. Вероятността да е нечетно е $\dfrac{1}{4} \rightarrow p = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$ е вероятността произведението да е четно.

160) ! Каква е вероятността да познаете три числа от шест печеливши във фиш на спорт тото в играта „6 от 42"?

Решение: $C_{42}^6 = 37.38.13.41.7$ – брой на всички възможни шесторки

$C_6^3 = 20$ – възможности да се изберат 3 от 6

$C_{39}^3 = 37.19.13$ - възможности да избереш 3 от 39

$p = \dfrac{C_6^3.C_{39}^3}{C_{42}^6} = \dfrac{20.37.19.13}{37.38.13.41.7} = \dfrac{20}{2.41.7} = \dfrac{10}{287}$

161) Вероятността случайно избрано двуцифрено число да се дели на 5 е:

Решение: 90 са всички двуцифрени числа.

10, 15, 20, ..., 90, 95 $\rightarrow$ това са 9.2=18 двуцифрени, които се делят на 5

$\rightarrow p = \dfrac{18}{90} = \dfrac{1}{5}$

162) По колко начина могат да бъдат назначени 3 души от 7 кандидати на 3 места с различни служебни задължения?

Решение: $V_7^3 = \frac{7!}{4!} = \frac{4!.5.6.7}{4!} = 210$ начина

163) По колко начина могат да се подредят 7 души в редица, така че 3 от тях винаги да са един до друг?

Решение: 3-ма винаги са един до друг $\Rightarrow$ броим ги за 1, но те могат да си раменят местата

$7-3=4 \to P_4 = 4!$ - подреждания на четиримата

Тримата, които броихме за 1 могат да разменят местата си и да се подредят по $P_3 = 3! = 6$ начина. Ако ги означим с ABC, то подредбите изглеждат така:

ABC	BAC	CAB
ACB	BCA	CBA

6 подредби

$\Rightarrow 6P_4 = 6.4! = 6.4.3.2 = 144$

164) За участие в математическо състезание трябва да се състави отбор от 4 души. Ако изборът се прави измежду 7 души, но един от тях е доказал, че е най-добрият и по право участва в отбора, то различните начини, по които може да се състави отборът, са...

Решение: $C_6^3 = 20$ – от 6 избираме 3-а, защото 1 е по право в отбора.

165) ! Паролатата за електронната поща на професор Всезнайко се образува от разместване на буквите в думата ЗАДАЧА, като две еднакви букви не са записани на една друга. Да се намери вероятността, ако професор Всезнайко е забравил паролата, да отвори пощата си с една проба.

Решение: ЗАДАЧА – повтаря се „А" и „А" може да е на на 1, 3, 4 или 5 място, или 1, 4, 6 място, или 2, 4, 6 – 4 възможности.

За другите три букви възможностите са $P_3 = 3! = 6.$ Всичките възможности са $4.P_3 = 4.6 = 24$.

$A\times A\times A\times$

$A\times A\times\times A$

$A\times\times A\times A$

$\times A\times A\times A$

$\to p = \frac{1}{24}$

166) В томбола има три вида награди: 5 мобилни телефона, 2 еднодневни екскурзии и 3 велосипеда. Каква е вероятността първата изтеглена награда да е еднодневна екскурзия?

Решение: 5 телефона + 2 екскурзии + 3 велосипеда = 10 награди

$p = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

167) В ученическа конференция участват 25 представители на определените класове. Те избират ръководство в състав: председател, секретар и трима членове. По колко начина може да стане това?

Решение: $V_{25}^2 = \frac{25!}{23!} = \frac{23!24.25}{23!} = 600$ възможности за председател и секретар

25 – 2 = 23 са останалите участници – от тях трябва да се изберат 3-ма членове

$C_{23}^3 = 77.23 = 1771$

На всеки избор за председател и секретар отговарят 1771 начина за избор на 3-ма членове $\Rightarrow$600.1771=1 062 600 начина.

168) Измежду 100 електрически крушки има 5 дефекти. Каква е вероятността 3 произволно избрани крушки да са изправни?

Решение: 100 – 5 = 95 са изправните круши

C_{100}^3 - всичките възможности от 100 да изберем 3

C_{95}^3 - всичките възможности от 95 да изберем 3 (изправни)

$\to\ p = \frac{C_{95}^3}{C_{100}^3}$

169) В колода, съдържаща 52 карти, по случаен начин се изваждат 2 карти. Каква е вероятността те да са деветка и асо?

Решение: $C_{52}^2 -$ начина от 52 да извадим 2 карти

4 деветки $\rightarrow C_4^1$ начина от 4 да извадим 1

4 аса $\rightarrow C_4^1$ начина от 4 да извадим 1

Всяка девятка можем да извадим с едно от асата по C_4^1 начина $\rightarrow C_4^1.C_4^1$ са благоприятните възможности.

$$p=\frac{C_4^1.C_4^1}{C_{52}^2}=\frac{\frac{4!}{3!1}.\frac{4!}{3!1}}{\frac{52!}{50!2}}=\frac{3!.4}{3!}.\frac{3!4}{3!}.\frac{50!2}{20!51.52}=16.\frac{1}{51.26}=\frac{8}{51.13}=\frac{8}{663}$$

170) ! Четири новогодишни картички са пуснати по случаен начин по една в кутиите на четирима получатели. Каква е вероятността поне една от картичките да не е пусната в правилната кутия?

Решение: $P_4=4!=4.3.2=24$ - всички начини да се пусне по една картичка в кутия

1 картичка е пусната в правилна кутия – остават 23 възможности поне една картичка да не е в правилната кутия $\rightarrow p=\frac{23}{24}$

171) На картички са записани всички четирицифрени числа, които съдържат цифрите 2, 4, 6 и 8 точно по един път. Каква е вероятността на случайно избрана картина да е записано число, започжащо с цифрата 6?

Решение: P_4 – всички възможности

P_3 – възможностите, числото да започва с "6" $\Rightarrow p=\frac{P_3}{P_4}=\frac{3!}{4!}=\frac{3!}{3!4}=\frac{1}{4}$

172) ! Колко са трицифрените числа с различни цифри, които се делят на 3 и се записват с помощта на цифрите 0, 1, 2, 4, 6?

Решение: $V_5^3-V_4^2=\frac{5!}{2!}-\frac{4!}{2!}=\frac{4!(5-1)}{2}=4!.2=4.3.2.2=48$ са всички трицифрени с тези цифри, но за да се делят на 3, трябва сборът от цифрите им да се дели на 3..

120	420	642	126
210	402	624	162
102	240	246	261
201	204	264	216
		462	612
		426	621

$\rightarrow$ 30 числа.

173) Да се намери броят на различните обикновени дроби, записани с числата 3, 5, 7, 8, 13 и 31.

Решение: $\frac{3}{5}$ *и* $\frac{5}{3}$, $\frac{3}{7}$ *и* $\frac{7}{3}$ и т.н. $\rightarrow 2.C_6^2=30$

Всички дроби с равни числител и знаменател за равни на 1: $\frac{3}{3}=\frac{5}{5}=\frac{7}{7}=...=1$

$\Rightarrow$ Отг. 30 + 1 = 31.

174) Колко са двуцифрените числа с различни цифри, които могат да се съставят от цифрите 6, 7, 8 и 9?

Решение: $V_4^2=\frac{4!}{2!}=12$

175) Ако броят на комбинациите на 6 елемента k-ти клас е 20, намерете k.

Решение: $C_6^k=20\rightarrow\frac{6!}{(6-k)!k!}=20\rightarrow(6-k)!k!=\frac{6.\cancel{5}.\cancel{4}.3.2}{\cancel{20}}\rightarrow(6-k)!k!=36\rightarrow k=3$

защото k е 2, 3, 4 или 5 и проверяваме:

$k=2 \to (6-2)!2!=4!.2=4.3.2.2=48;$

$k=3 \to (6-3)!3!=3!.3.2=3.2.3.2=36;$

$k=4 \to (6-4)!4!=2!.4.3.2=2.4.3.2=48;$

$k=5 \to (6-5)!5!=1.5.4.3.2=120;$

Отг. $k = 3$

176) Секретарка, имаща строг началник, написала три поверителни писма, поставила ги в три еднакви плика, адресирала пликовете и ги изпратила. След известно време се усъмнила, че е разменила адресите и я очаква уволнение. Определете вероятността разсеяната секретарка да запази работата си.

Решение: $P_3 = 3! = 6$ са всичките възможности за адресиране, само 1 е точната $\to p = \dfrac{1}{6}$

177) ! Каква е вероятността трицифрено число, което се дели на 5 да е по-малко от 200?

Решение: Трицифрените числа, които се делят на 5 образуват аритметична прогресия: $100,\ 105,\ ...,\ 995 \to 995 = 100 + (n-1).5 / :5 \to 199 = 20 + n - 1 \to n = 180 \to$ 180 са всички трицифрени числа, които се делят на 5.

Трицифрените числа, които се делят на 5 и са по-малки от 200 образуват аритметична прогресия: $100,\ 105,\ ...,\ 195 \to 195 = 100 + (n-1).5 / :5 \to 39 = 20 + n - 1 \to n = 20 \to 20$ на брой са трицифрените числа, които се делят на 5 и са по-малки от 200.

$\to p = \dfrac{20}{180} = \dfrac{2.10}{9.2.10} = \dfrac{1}{9}$

178) Решете неравенството: $\dfrac{P_3.x^2 - V_{10}^2.x}{2} + 108 \le 0$

Решение:

$\to P_3.x^2 - V_{10}^2.x + 216 \le 0 \to 3.2.x^2 - \dfrac{10!}{8!}x + 216 \le 0 \to 6x^2 - 90x + 216 \le 0 / :6$

$\to x^2 - 15x + 36 \le 0,\ x_1 = 3,\ x_2 = 12 \quad \smile \quad x \in [3;12]$

179) ! Каква е вероятността поне един от почивните дни в седмицата (събота или неделя) да е слънчев?

Решение:

събота	неделя
слънчев	слънчев
слънчев	неслънчев
неслънчев	слънчев
неслънчев	неслънчев

Три възможности за поне 1 слънчев от общо 4. $\to P = \dfrac{3}{4}$

180) В хранителен магазин се продават 5 вида масло, като всеки вид се продава в три различни разфасовки. Броят на начините, по които може да се избере по един пакет от всеки вид е ...

Решение: $C_3^1.C_3^1.C_3^1.C_3^1.C_3^1 = \left(C_3^1\right)^5 = \left(\dfrac{3!}{2!}\right)^5 = 3^5$

181) Каква е вероятността на случайно избран лист (всяка дата е написана на отделен лист) от календара на 2003 година да е написано първо число на месец?

Решение: 12 месеца, 365 дни /2003 не е високосна/ $\to P = \dfrac{12}{365}$

182) В тенис турнир участват 10 мъже и 6 жени. По колко начина могат да се съставят 4 смесени двойки?

Решение: Отг. $C_{10}^4.C_6^4$

183) ! В урна има n бели, m черни и k червени топки. По случаен начин са избрани три от тях. Каква е вероятността всичките да бъдат с различен цвят?

Решение: $m + n + k$ – на брой са всичките топки

C^3_{m+n+k} – начина да изберем 3 топки от всичките

C^1_n – начина да се избере бяла топка; C^1_m – начина да се избере черна топка; C^1_k – начина да се избере червена топка;

На всеки избор на бяла топка, съответстват $C^1_m.C^1_k$ избора за черна и червена

$\Rightarrow C^1_n.C^1_m.C^1_k$ начина за избор на три топки с различен цвят.

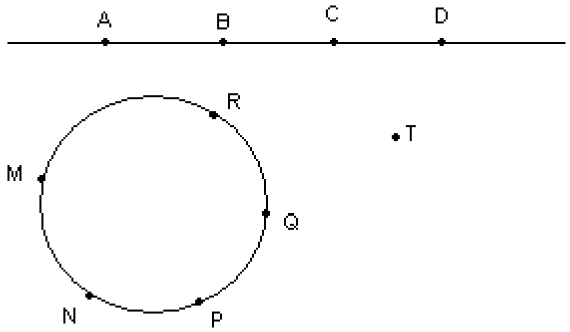
$$\Rightarrow P = \frac{C^1_n C^1_m C^1_k}{C^1_{n+m+k}}$$

184) Колко са различните начина, по които от 10 войници могат да се изберат двама дежурни, единият от които е главен (старши) ?

Решение: $V^2_{10} = \frac{10!}{8!} = \frac{8!.9.10}{8!} = 90$

185) * Колко окръжности се определят от 10 точки, 4 от които лежат на една права, а другите 5 – на една окръжност?

Решение:



$$\left.\begin{matrix} AMN \\ AMP \\ AMQ \\ AMR \\ ANP \\ ANQ \\ ANR \\ APQ \\ APR \\ AQR \end{matrix}\right) \rightarrow 10 \ \text{\textit{окр.}} \text{ Аналогично с т. B, C, D} \rightarrow 4.10 = 40 \text{ окр.}$$

$$\left.\begin{matrix} AMT \\ ANT \\ APT \\ AQT \\ ART \end{matrix}\right) \text{ 6 окр.} \rightarrow \text{ Аналогично с B, C и D} \rightarrow 6.4{=}24 \text{ окр.}$$

$$\left.\begin{matrix} ABM & BCM & CDM & ACM & ADM & BDM \\ ABN & BCN & CDN & ACN & ADN & BDN \\ ABP & BCP & CDP & ACP & ADP & BDP \\ ABQ & BCQ & CDQ & ACQ & ADQ & BDQ \\ ABR & BCR & CDR & ACR & ADR & BDR \end{matrix}\right\} 6.5=30 \text{ окр.}$$

$$\left.\begin{matrix} ABT \\ BCT \\ CDT \\ ACT \\ ADT \\ BDT \end{matrix}\right\} - 6 \text{ окр.} \qquad \left.\begin{matrix} MNT \\ NPT \\ PQT \\ QRT \\ MRT \\ MQT \\ MPT \end{matrix}\right\} - 7 \text{ окр.}$$

Общо: 40+24+30+6+7=107

186) В една касичка има 75 монети по 1 лев, 25 монети по 50ст, 60 монети по 20ст и 40 монети по 10ст. Вероятността при обръщане на касичката да падне монета със стойност, по-малка от 1 лев е:

Решение:

$$\left.\begin{matrix} \text{Всички монети са: } 75+25+60+40=200 \\ \text{Монети, по-малки от 1 лев са: } 25+60+40=125 \end{matrix}\right\} \to P=\frac{125}{200}=\frac{5}{8}$$

187) На картички са записани двуцифрените числа от 10 до 55 включително. Да се намери вероятността на случайно избрана картичка да е записано число, което се дели на 6.

Решение: 10, 11, ..., 55 – 46 са всичките числа

12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54 – 8 числа се делят на 6

$\to P=\frac{8}{46}=\frac{4}{23}$

188) Каква е вероятността при хвърляне на два еднакви зара да не се падне чифт е...

Решение: $P=\frac{5}{6}$

189) ! Да се определи броят на всички четни трицифрени числа с различни цифри, които могат да се запишат с цифрите 1, 2, 3, 4, 5 и 7.

Решение: 1, 2, 3, 4, 5, 7, четните числа завършват на 2 или на 4.

Ако числото завършва на 2, то изглежда така: $\times\times 2$, а двуцифрените числа, записани с 1, 3, 4, 5, 7 са V_5^2. Ако числото завършва на 4, то изглежда така: $\times\times 4$, а двуцифрените числа, записани с 1, 2, 3, 5, 7 са V_5^2.

$\to 2.V_5^2=2.20=40$

190) ! Каква е вероятността произволно избрано трицифрено число да се дели на 5?

Решение: Трицифрените числа, които се делят на 5 образуват аритметична прогресия:

$100,\ 105,\ ...,\ 995 \to 995=100+(n-1).5 / :5 \to 199=20+n-1 \to n=180 \to$

180 са всички трицифрени, които се делят на 5, а всички трицифрени числа са 999 – 99 = 900

$\to p=\frac{180}{900}=\frac{2.9.10}{9.10.10}=\frac{1}{5}$

191) От явилите се на зрелостен изпит 6 момичета от 12а клас и 15 момичета от 12б клас, получилите отлична оценка са 6. Вероятността 2 от отличничките да са от 12а клас е...

Решение: $p=\frac{C_6^2 C_{15}^4}{C_{21}^6}$

192) Тест по математика се състои от 20 алгебрични, 5 геометрични и 3 комбинаторни задачи. Колко различни варианта може да се подготвят от 30 задачи по алгебра, 10 по геометрия и 9 по комбинаторика?

Решение: Отг. $C_{30}^{20}.C_{10}^{5}.C_{9}^{3}$

193) ! На рафт за книги са подредени 4 книги по математика и 3 книги по български език. Каква е вероятността книгите по всеки предмет да стоят една до друга?

Решение: $4+3=7$ книги са всичките

$P_7=7!$ са всичките възможни подреждания,

P_4 са възможните подреждания на книгите по математика, а P_3 са подрежданията на книгите по български език. За всяко подреждане на книгите по мат. съответстват P_3 подреждания на книгите по бълг. език, като могат да са ММММБББ или БББММММ

$\rightarrow 2P_4.P_3$ са възможните подреждания, които отговарят на условието

$$\rightarrow p=\frac{2P_4.P_3}{P_7}=\frac{2.4!3!}{7!}=\frac{2.4!3.2}{4!5.6.7}=\frac{2}{35}$$

194) (Матура 2 Юни 2003) В кутия има 25 бели, 15 червени и 10 сини топчета. По случаен начин се изважда едно топче. Каква е вероятността то да не е бяло?

Решение: $25+15+10=50$ топчета са всичките; $15+10=25$ топчета не са бели

$$\Rightarrow p=\frac{25}{50}=\frac{1}{2}$$

195) (Матура 12 Юни 2003) Кодът на сейф се състои от 5 различни нечетни цифри. Каква е вероятността, ако не знаете кода, да отворите сейфа при първия опит?

Решение: $P_5=5!=5.4.3.2=120$ са всичките подреждания на 5-те цифри /1, 3, 5, 7, 9/

$$\Rightarrow p=\frac{1}{120}$$

196) ! (Матура 16 Юни 2003) От всички 30 възможни въпроса от конспекта за изпит студент знае $\frac{2}{3}$ от тях. Всеки изпитен билет съдържа два различни случайно избрани въпроса. Каква е вероятността студентът да знае и двата въпроса от изтегления билет?

Решение: $\frac{2}{3}$ от $30=\frac{2}{3}.30=20$ въпроса знае

$C_{30}^{2}=\frac{30!}{28!2!}=\frac{28!29.30}{28!2}=29.15=435$ са всичките двойки въпроси

$C_{20}^{2}=\frac{20!}{18!2!}=\frac{18!19.20}{18!2}=190$ са двойките въпроси, в които знае и двата въпроса

$$p=\frac{190}{435}=\frac{38}{87}$$

197) ! От цифрите 0, 1, 3, 5 и 7 са съставени четирицифрени числа с различни цифри. Да се намери броят на числата, които се делят на 5.

Решение: Трябва да завършват на 0 или на 5, тоест $***0$ или $***5$

1) $***0$ - първите три цифри трябва да са 1,3,5 или 7

$V_4^3=\frac{4!}{1!}=4.3.2=24$ числа са тези, които завършват на 0

2) $***5$ - първите три цифри трябва да са 0,1,3 или 7, като не могат да започват с 0.

$V_4^3-V_3^2=\frac{4!}{1!}-\frac{3!}{1!}=4.3.2-3.2=24-6=18$ числа са тези, които завършват на 5

Отг. $24+18=42$

198) *Стандартен зар се хвърля 3 пъти. Да се намери вероятността сумарния брой точки да се дели на 3, но да не се дели на 2.

Решение: 6.6.6 = 216 са всички възможни хвърляния

Възможните суми са от 3 = 1+1+1 до 18 = 6+6+6. Числата, които се делят на 3 са: 3, 6, 9, 12, 15, 18. Тези от тях, които не са четни са: 3, 9, 15. Хвърляния:

Сума 1 се получава само от 1+1+1, 1 възможност.

Сума 9 се получава:

$1+2+6=9 \rightarrow 1,2,6$ можем да хвърлим по $3!=6$ начина

$1+3+5=9 \rightarrow 1,3,5$ можем да хвърлим по $3!=6$ начина

$1+4+4=9 \rightarrow 1,4,4$ можем да хвърлим по 3 начина

$2+3+4=9 \rightarrow 2,3,4$ можем да хвърлим по $3!=6$ начина

$2+2+5=9 \rightarrow 2,2,5$ можем да хвърлим по 3 начина

$3+3+3=9 \rightarrow 3,3,3$ можем да хвърлим по 1 начин

$\Rightarrow$ за сума 9 имаме $3.6+2.3+1=25$ възможности

Сума 15 се получава:

$3+6+6=15 \rightarrow 3,6,6$ можем да хвърлим по 3 начина

$4+5+6=15 \rightarrow 4,5,6$ можем да хвърлим по $3!=6$ начина

$5+5+5=15 \rightarrow 5,5,5$ можем да хвърлим по 1 начин

$\Rightarrow$ за сума 15 имаме $3+6+1=10$ възможности

$\Rightarrow 1+25+10=36$ са възможните хвърляния, при които е изпълнено условието на задачата.

$\Rightarrow p\dfrac{36}{6.6.6}=\dfrac{1}{6}$

199) Колко прави могат да се построят през 8 точки, никои три от които не лежат на една права?

Решение: $C_8^2=\dfrac{8!}{6!2!}=\dfrac{6!7.8}{6!2}=28$

200) Трябва да се сформира група от трима китаристи и двама барабанисти. На прослушване се явяват 7 китаристи и 4 барабанисти. По колко различни начина може да се сформира групата?

Решение: $C_7^3.C_4^2=\dfrac{7!}{4!3!}.\dfrac{4!}{2!2!}=\dfrac{4!5.6.7}{4!3.2}.\dfrac{4.3.2}{2.2}=35.6=210$

201) (II матура 03.06.2008г.) Колко различни четирицифрени числа могат да се запишат от цифрите 0, 2, 4 и 7 без повтарящи се цифри?

Решение: $P_4-P_3=4!-3!=3!(4-1)=3.2.3=18$

202) (II матура 03.06.2008г.) В кутията има 5 червени топки и 4 бели топки. По случаен начин са избрани 5 топки. Каква е вероятността 3 от тях да са червени и 2 от тях да са бели?

Решение: $P=\dfrac{C_5^{\,3}.C_4^2}{C_9^{\,5}}=\dfrac{10}{21}$

203) (II матура 03.06.2008 – резервна тема) Броят на раличните шестцифрени числа без повтарящи се цифри, които могат да се запишат с цифрите 0, 1, 2, 3, 4 и 5 е:

Решение: $P_6=6!$ са всички групи от тези 6 цифри

С “0’ не може да започва число. $P_5=5!$ са всички петцифрени.

$\rightarrow P_6-P_5=6!-5!=5!(6-1)=5.4.3.2.5=600$

204) Седем ученици са подредени в редица по случаен начин. Двама от учениците са близнаци (брат и сестра). По колко различни начини могат да се подредят тези 7 ученици, така че близнаците да са един до друг в редицата?

Решение: Двамата близнаци броим за един

По $P_6=6!$ начина могат да се подредят. Но близнаците могат да си сменят местата

$\rightarrow 2.P_6=2.6!=2.6.5.4.3.2=1440$

Отг: 1440 начина

205) В кутия има седем сини и четири червени топки. По случаен начин от кутията са извадени 5 топки. Каква е вероятността 3 от тях да са сини и 2 да са червени?

<u>Решение:</u> 7с. + 4ч. = 11 топки

C_7^3 начина да извадим 3 сини от 7

C_4^2 начина да извадим 2 червени от 4

C_{11}^5 начина да извадим 5 топки от 11

$$\Rightarrow P = \frac{C_7^3.C_4^2}{C_{11}^5} = \frac{\frac{7!}{\cancel{4!}3!}.\frac{\cancel{4!}}{2!2!}}{\frac{11!}{6!5!}} = \frac{7!6!5!}{3!11!2.2} = \frac{5}{11}$$

206) В един кашон 6% от наличните 50 мобилни телефони имат дефект. Каква е вероятността от два случайно избрани мобилни телефона от кашона и двата да са дефектни?

$6\%.50 = \frac{6}{100}.50 = 3 \rightarrow$ 3 телефона са дефектни

C_{50}^2 са всички възможности да извадим 2 от 50

C_3^2 са всички възможности да извадим 2 от 3 дефектни

$$\Rightarrow P = \frac{C_3^2}{C_{50}^2} = \frac{\frac{3!}{1!2!}}{\frac{50!}{48!2!}} = \frac{3.2}{2}.\frac{\cancel{48!}2}{\cancel{48!}49.50} = \frac{3}{1225}$$

207) За хокеен мач треньорът има на разположение двама вратари, шест защитници и осем нападатели. По колко различни начина може да се образува началната шестица играчи, ако в нея задължително влизат един вратар, двама защитници и трима нападатели?

<u>Решение:</u> C_2^1 са всички възможности за 1 вратар от двама

C_6^2 са всички възможности за 2-ма защитници от 6

C_8^3 са всички възможности за 3-ма нападатели от 8

$$C_2^1.C_6^2.C_8^3 = \frac{2!}{1!1!}.\frac{6!}{4!2!}.\frac{8!}{5!3!} = \frac{5!6.4!.5.6.7.8}{4!5!3.2} = 5.6.7.8 = 30.56 = 1680$$

208) Кодът на охранителна система се състои от 4 различни нечетни цифри. Какъв е максималният брой опити, които трябва да се направят, за да се открие кодът на системата?

<u>Решение:</u> 1, 2, 5, 7 и 9 са нечетните цифри

$$V_5^4 = \frac{5!}{(5-4)!} = 5! = 5.4.3.2 = 120$$

209) В шампионската лига по футбол участват 32 отбора, разделени в 8 групи по 4 отбора. Отборите във всяка група играят по два мача помежду си. Намерете броя на мачовете, които се изиграват.

<u>Решение:</u> $8.2.C_4^2 = 16.\frac{4!}{2!2!} = 16.\frac{4.3.2}{4} = 16.6 = 96$

210) Каква е вероятността при хвърляне на два зара да се паднат 2 шестици?

<u>Решение:</u> $P = \frac{1}{6}.\frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

211) Колко различни диагонали могат да се построят в изпъкнал десетоъгълник?

<u>Решение:</u> Една права се определя от 2 точки

$\rightarrow C_{10}^2 = \frac{10!}{8!2!} = \frac{8!9.10}{8!2} = 45$ са всички прави през 10-те върха (диаг. + страни)

Следователно 45 – 10 = 35 диагонала (страните са 10).